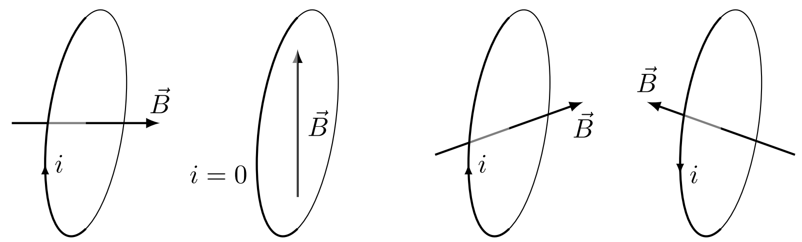
TD15 : Induction électromagnétique – corrigé

Exercice 1 : Flux d'un champ magnétique

1. $\phi = -abB$
2. $\phi = abB\cos\alpha$
3. $\phi = 0$
4. $\phi = \frac{-Ba^2}{2}$

Exercice 2 : Sens du courant induit

Lorsque le champ magnétique augmente au cours du temps, le courant induit circule dans le sens indiqué ci-desous, lorsque le champ magnétique diminue, le courant circule dans le sens opposé.



Exercice 3 : Loi de modération de Lenz

Lorsqu'on approche un aimant d'un matériau supraconducteur, il apparait dans le matériau un courant induit dont le sens est tel que le champ magnétique qu'il produit s'oppose à la variation du champ magnétique subie. Si on approche un pôle nord, le champ magnétique augmente, donc le matériau supraconducteur produit un champ magnétique augmentant dans la direction opposée, il s'agit donc également d'un pôle nord. Les deux pôles nord se repoussent. Le raisonnement est identique lorsque l'on approche un pôle sud du supraconducteur.

Exercice 4 : Force électromotrice induite

1. On considère que le circuit est orienté par le sens de la tension U, le flux du champ magnétique à travers le circuit est donc $\phi = B \times \pi r^2$.
2. La tension U affichée par le voltmètre correspond à la fem induite dans le circuit et vaut $U = -\frac{d\phi}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$ soit $U = \pi r^2 B_0\,\omega_0 \sin(\omega_0 t)$.
3. Lorsqu'on ajoute une résistance en parallèle du voltmètre, le circuit est parcouru par un courant et produit à son tour un champ magnétique qui s'oppose à la variation du flux. Cette auto-induction a tendance à diminuer la variation de flux et donc diminue la tension U mesurée par le voltmètre.

Exercice 5 : Inductance propre d'un solénoïde

1. Le flux du champ magnétique à travers une spire du solénoïde est $\phi_1 = \pi r^2 B$ soit $\phi_1 = \pi r^2 \mu_0 n i$
2. Le flux du champ magnétique à travers l'ensemble des spires du solénoïde est $\phi = n\phi_1 = \pi r^2 \mu_0 n^2 i$
3. Lorsque l'intensité du courant varie, le solénoïde est le siège d'une fem induite $e = -\frac{d\phi}{dt} = -\pi r^2 \mu_0 n^2 \frac{di}{dt}$. Si on se place en convention récepteur comme il est d'usage pour une bobine dans un circuit électrique, la tension U qui apparaît aux bornes de la bobine est $U = -e = \pi r^2 \mu_0 n^2 \frac{di}{dt}$
4. L'inductance propre de la bobine qui en découle est $L = \pi r^2 \mu_0 n^2$

Exercice 6 : Pince ampèremetrique

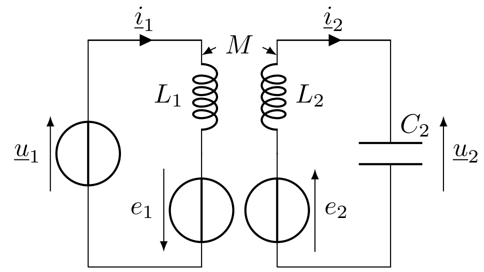
1. Le flux du champ magnétique à travers les n spires est $\phi = nB\pi d^2/4 = \frac{\mu_0 n I d^2}{D}$
2. La tension indiquée par le voltmètre est $U = \frac{d\phi}{dt}$ (L'énoncé ne donne pas d'orientation pour U, on peut donc se passer du signe -). Or le courant est alternatif de pulsation $\omega = 2\pi f$, donc $I(t) = I_0 \sin(2\pi f t)$. On obtient la tension $U = \frac{2\pi f \mu_0 n I_0 d^2}{D}\cos(2\pi f t)$
3. L'amplitude de la tension aux bornes de la bobine est proportionnelle à celle de l'intensité du courant qui circule dans le fil électrique. Cela permet de mesurer des intensités de courant alternatif très élevées.

Exercice 7 : Inductance mutuelle

1. Le flux du champ magnétique à travers la spire est $\phi = \pi r^2 B$ soit $\phi = \pi\mu_0 n i r^2$.
2. L'inductance mutuelle M entre le solénoïde et la spire est définie par $\phi = Mi$ donc on trouve immédiatement $M = \pi\mu_0 n r^2$.
3. On sait que l'inductance mutuelle entre la spire et le solénoïde est la même que celle entre le solénoïde et la spire. Le flux ϕ_2 du champ magnétique créé par la spire parcourue par le courant I à travers le solénoïde est donc $\phi_2 = MI = \pi\mu_0 n r^2 I$

Exercice 8 : Circuits en influence inductive ⋆

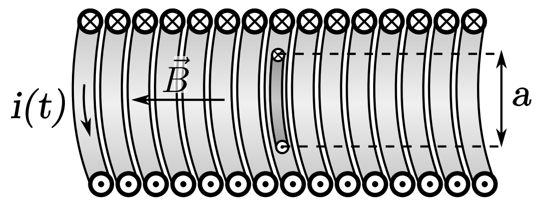
1. Le circuit électrique est équivalent aux deux circuits ci-contre où on a remplacé les fem d'induction mutuelle par deux générateurs de tension. On a alors $e_2 = -M\frac{\mathrm{d}\,i_1}{\mathrm{d}\,t}$, soit $\underline{e_2} = -jM\omega\underline{i_1}$ et $e_1 = -M\frac{\mathrm{d}\,i_2}{\mathrm{d}\,t}$, soit $\underline{e_1} = -jM\omega\underline{i_2}$. L'application de la loi des mailles dans le circuit de gauche donne : $\underline{u_1} - jM\omega\underline{i_2} = jL_1\,\omega\underline{i_1}$, et dans le circuit de droite on obtient : $jM\omega\underline{i_1} = (-jL_2\,\omega + \frac{1}{jC_2\omega})\underline{i_2}$. Et aux bornes du condensateur, on a $\underline{u_2} = \frac{\underline{i_2}}{jC_2\omega}$. Nous avons donc trois inconnues ($\underline{i_1}$, $\underline{i_2}$ et $\underline{u_2}$) et trois équations, il ne nous reste plus qu'à trouver $\underline{u_2}$. Un peu de gymnastique mathématique produit la solution demandée, à savoir :



$$\underline{u_2} = \frac{-k\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\,\underline{u_1}}{1 - x^2(1-k^2)}$$

2. L'amplitude est maximale lorsque le dénominateur s'annule, c'est à dire lorsque $x^2 = \frac{1}{1-k^2}$
3. Le cas $k \to 0$ correspond à une situation où les deux circuits sont très peu couplés, ils sont très éloignés l'un de l'autre. Dans ce cas, la valeur de x qui donne une amplitude maximale est $x = 1$. Ce résultat est cohérent avec le fait que lorsque k est très faible, le circuit 2 est quasiment isolé et sa fréquence de résonance est celle qu'il a lorsqu'il est seul, à savoir ω_0.

Exercice 9 : Chauffage par induction

1. Expérience vue en coupe : 

2. Le flux ϕ du champ magnétique à travers l'anneau est $\phi = \frac{\pi a^2}{4}\mu_0 n I\cos(\omega t)$
3. La fem induite dans l'anneau est $e = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{\pi a^2}{4}\mu_0 n I\omega\sin(\omega t)$, le courant induit dans l'anneau est $i = e/R$ donc $i_A = \frac{\pi a^2 \mu_0 n I\omega\sin(\omega t)}{4R}$.
4. La puissance instantanée dissipée par effet Joule dans l'anneau est $P_J(t) = Ri^2(t) = \frac{(\mu_0 n I\omega S)^2}{R}\sin(\omega t)^2$
5. Comme $<\sin(\omega t)^2>= \frac{1}{2}$, on obtient bien $P =< P_J(t) >= \frac{(\mu_0 n I\omega S)^2}{2R}$
6. En exprimant I à partir de l'équation précédente, on obtient : $I = \frac{\sqrt{2RP}}{\mu_0 n\omega S}$. A.N. : $I = 570$ A. C'est un courant très important !

Exercice 10 : Alternateur

1. La bobine est orientés suivant $\vec{e}_x$, donc le flux du champ magnétique à travers elle est $\phi = NSB\cos(\omega t)$
2. La fem induite dans la bobine est $e = -\frac{d\phi}{dt} = NSB\omega\sin(\omega t)$
3. La puissance dissipée par effet Joule dans la résistance est $P = \frac{e^2}{R}$, donc $P = \frac{1}{R}(NSB\omega)^2\sin^2(\omega t)$.
4. La puissance électrique dissipée dans la résistance est l'opposé de la puissance des forces magnétiques appliquées à l'aimant qui tourne. Or la puissance des forces appliquées à l'aimant est $P = \Gamma\omega$ où Γ est le couple résistant subi par l'aimant. On a donc finalement $\Gamma = \frac{1}{R}(NSB)^2\,\omega\sin^2(\omega t)$